総　合　Ⅱ　　試　験　問　題

注 意 事 項

・試験官から指示があるまで，問題は開かないで下さい。

・試験問題は全部で 25 問あり，解答時間は 90 分です。

・解答用紙へのマークは，ＨＢ以上の黒鉛筆を使用して濃く塗りつぶして下さい。

・解答用紙へのマークは，最も適切であるものを(1)～(5)の中から１つだけ選んで下さい。２つ以上マークした場合はその問題については０点となります。

・マークを訂正する場合は，消しゴムできれいに消して下さい。

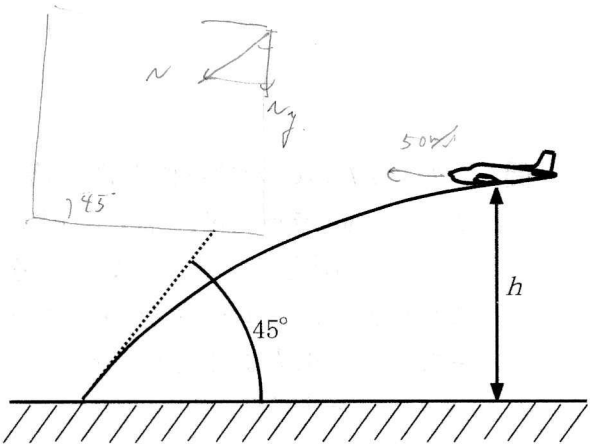
・解答用紙には氏名と受験番号を記入して下さい。受験番号はマークもして下さい。

・試験中はすべて試験官の指示に従って下さい。

・この問題用紙は持ち帰って下さい。

問7．図のように，高さ h[m] を 50 m/s の速さで水平飛行している飛行機から小石を自由落下させたところ，小石は t[s]後に 45° の角度で地面に到達した。このとき，次の(a)及び(b)に答えよ。

ただし，重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 とし，小石に働く空気抵抗は無視するものとする。



$v_y = v_0 \sin 45 = \frac{v}{\sqrt{2}}$　　$v = v_0 + gt$　　$v_y = gt$　　$v^2 - v_0^2 = 2gh$　　$(gt)^2 = 2gh$　　$t^2 = \frac{2h}{g}$　　$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

(a) 落下に要する時間 t として，最も近いものを 1 つ選び，解答用紙にマークせよ。(3 点)

(1) 4 秒　　(2) 5 秒　　(3) 6 秒　　(4) 7 秒　　(5) 8 秒

(b) 高さ h として，最も近いものを 1 つ選び，解答用紙にマークせよ。　(3 点)

(1) 100 m　　(2) 127 m　　(3) 135 m　　(4) 150 m　　(5) 173 m

$v_y = 50$ m/s

$t = \frac{50}{9.8} = \frac{500}{98} \fallingdotseq 5.1$

$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{9.8}{2} \times 25 = 4.9 \times 25$

$4.9 \times 25 = 245 + 980 = 1225$

$98 \overline{)500}$ 5.1, 490, 100

問8．地面に描いた放物線の上を運動する物体がある。物体は放物線の頂点を出発し，放物線の対称軸に垂直な速度成分Uが一定である運動をしている。出発して t [s] 後の速度の軸方向成分Vが 8 m/s であったとすると，出発して 2t [s] 後のVの大きさとして，正しいものを 1 つ選び，解答用紙にマークせよ。　(6 点)

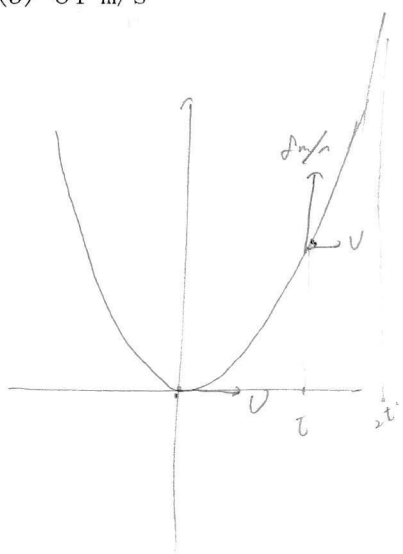
(1) 12 m/s　　(2) 16 m/s　　(3) 24 m/s　　(4) 32 m/s　　(5) 84 m/s

$ma = F$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{8}{t}$

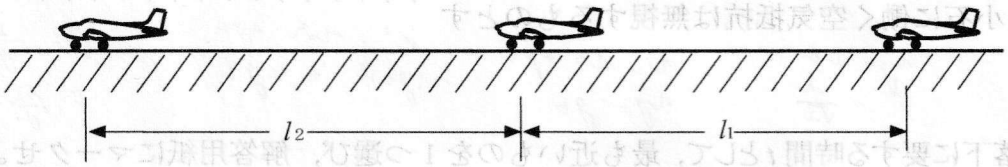
$v = v_0 + at$

$v = \frac{8}{t} \times 2t = 16$



問9. 質量M [kg]の飛行機が滑走路上に静止している。はじめ推力T [N]をt [s]間加えて距離l_1 [m]走った後，推力を0[N]とし，ブレーキをかけ，l_2 [m]走って停止した。

$l_1 + l_2$ [m]として，正しいものを1つ選び，解答用紙にマークせよ。ただし，滑走路は水平とし，ブレーキをかけないときの摩擦係数は 0，ブレーキをかけたときの摩擦係数をμ，重力加速度をg[m/s^2]とする。また，走行中，飛行機に揚力等の空気力は働かないものとする。 (6点)



(1) $\dfrac{Tt^2}{2M}\left(1+\dfrac{T}{\mu gM}\right)$　(2) $\dfrac{Tt^2}{M}\left(1+\dfrac{T}{2\mu gM}\right)$　(3) $\dfrac{2Tt^2}{M}\left(1+\dfrac{T}{\mu gM}\right)$

(4) $\dfrac{Tt^2}{M}\left(1+\dfrac{2T}{\mu gM}\right)$　(5) $\dfrac{Tt^2}{2M}\left(1+\dfrac{2T}{\mu gM}\right)$

mg

$ma = F$

$\mu a = -\mu mg$

$a' = -\mu g$

$ma = F$

$a = \frac{T}{\mu}$

$v^2 - v_0^2 = 2al_1$

$v = v_0 + at$

$v = \frac{T}{\mu} t$

$\left(\frac{Tt}{\mu}\right)^2 = 2 \cdot \frac{T}{\mu} l_1$

$l_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{T}{\mu} t^2$

$l_1 + l_2$

$= \frac{Tt^2}{2\mu}\left(1 + \frac{T}{\mu\mu g}\right)$

$v = v_0 + at$

$v^2 - v_0^2 = 2al_2$

$-\left(\frac{Tt}{\mu}\right)^2 = 2a' \cdot l_2$

$l_2 = -\left(\frac{Tt}{\mu}\right)^2 \times \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{\mu g}\right)$

$= \frac{T^2}{\mu^2} t^2 \cdot \frac{1}{2\mu g}$

問10. 質量 2kgの石を10mの高さから静かに手を離して自由落下させた。石は地面に衝突して静止した。この衝突により，石の運動エネルギーがすべて熱エネルギーに変わったとすると，発生した熱量として，正しいものを1つ選び，解答用紙にマークせよ。ただし，重力加速度の大きさを9.8m/s^{2}とする。 (6点)

(1) 9.8 J　(2) 19.6 J　(3) 49 J　(4) 98 J　(5) 196 J

$Q = 2 \times 10 \times 9.8$

$= 2 \times 98$

$= 196$

問 11. 2つの音叉A，Bがある距離を隔てて静止している。音叉Aの振動数は670 Hz，音叉Bの振動数は690 Hz である。観測者が直線AB上にいるものとし，次の(a)及び(b)に答えよ。ただし，音速を340 m/s とする。

(a) 観測者が静止しているときに聞こえるうなりの振動数はいくらか。正しいものを1つ選び，解答用紙にマークせよ。（3点）

(1) 10 Hz　(2) 20 Hz　(3) 30 Hz　(4) 50 Hz　(5) 60 Hz

(b) 観測者が動いたら，うなりは無くなった。観測者はどちら向きにどのくらいの速さで動いたことになるか。正しいものを1つ選び，解答用紙にマークせよ。（3点）

(1) Aの向きに5.0 m/s　(2) Bの向きに5.0 m/s　(3) Aの向きに7.0 m/s
(4) Bの向きに7.0 m/s　(5) Aの向きに10.0 m/s

A→O　$f = 670 \cdot \frac{V+v}{V}$

B→O　$f = 690 \cdot \frac{V-v}{V}$

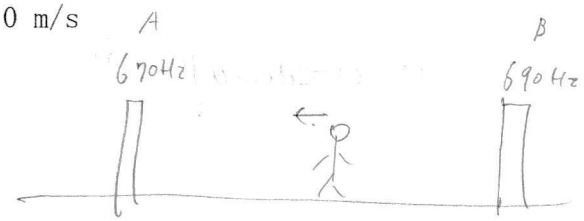
$670(V+v) = 690(V-v)$

$20V = 1360v$

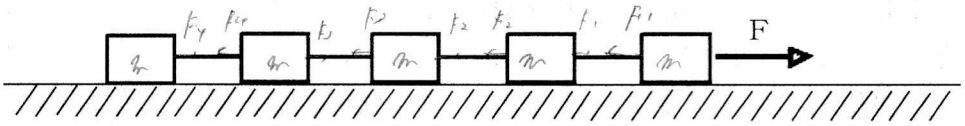
$v = \frac{20}{1360}V$

$= \frac{1}{68} \times 340$

$= 5$



問 12. 同じ質量を持つ5つのおもりを，滑らかな水平面上に一直線に並べ，図のように，ロープで数珠つなぎにし，先頭のおもりに一定の力Fを作用させ続けた。そのとき，おもりどうしを結合している4本のロープのうち，張力がFの半分となるロープがあるか，それともないか。あるとすると左から何番目のロープか。ロープの質量は無視できるものとして，正しいものを1つ選び，解答用紙にマークせよ。（6点）



(1) なし　(2) 1番目　(3) 2番目　(4) 3番目　(5) 4番目

$ma = F - F_1$

$ma = F_1 - F_2$

$ma = F_2 - F_3$

$ma = F_3 - F_4$

$ma = F_4$

$F_4 = ma$

$F_3 = 2ma$

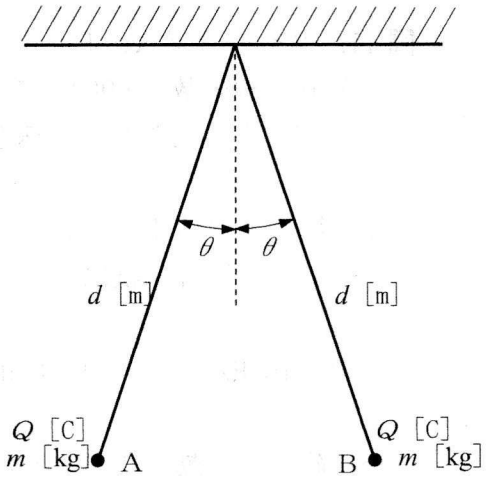
$F_2 = 3ma$

$F_1 = 4ma$

$F = 5ma$

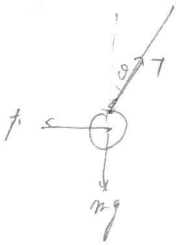
$F = k_0 \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

問 13. 真空中において，図のように，質量 m[kg]の小球AとBがある。これらの小球を電荷 Q[C]（$Q>0$）に帯電させて，長さ d[m]の糸でつるしたところ，糸は鉛直線から角度 θ[rad]だけ傾いて静止した。重力加速度の大きさを g[m/s^2]，真空中でのクーロンの法則の比例定数を k_0[N・m^2/C^2]とするとき，帯電している電荷 Qを，m，d，g，k_0 及び θを用いて表した式として，正しいものを１つ選び，解答用紙にマークせよ。（６点）



(1) $Q=d\sin\theta\sqrt{\dfrac{mg\cos\theta}{2k_0}}$　(2) $Q=d\tan\theta\sqrt{\dfrac{mg\sin\theta}{2k_0}}$　(3) $Q=d\cos\theta\sqrt{\dfrac{mg\sin\theta}{2k_0}}$

(4) $Q=2d\cos\theta\sqrt{\dfrac{mg\tan\theta}{k_0}}$　(5) $Q=2d\sin\theta\sqrt{\dfrac{mg\tan\theta}{k_0}}$



$T\cos\theta = mg$

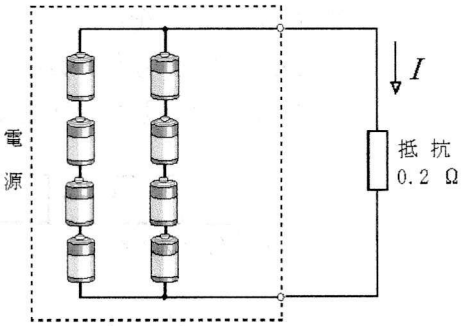
$T\sin\theta = k_0 \cdot \frac{Q^2}{(2d\sin\theta)^2}$

$T = \frac{mg}{\cos\theta}$

$mg\tan\theta = k_0 \cdot \frac{Q^2}{4d\sin^2\theta}$

$Q^2 = 4d\sin^2\theta \cdot \frac{mg\tan\theta}{k_0}$

問 14. 内部抵抗が 0.1 Ωで起電力が 1.5 V である電池を図のように，直列に 4 個接続したものを並列に 2 個接続した電源がある。この電源に 0.2 Ωの抵抗を接続したとき，流れる電流 I として，正しいものを１つ選び，解答用紙にマークせよ。（６点）



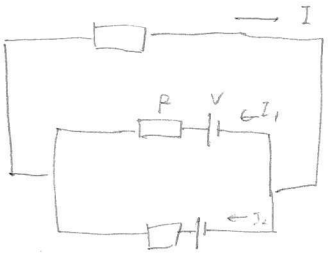
(1) 6 A　(2) 10 A　(3) 15 A　(4) 20 A　(5) 40 A

$V = 1.5 \times 4 = 6.0$ V

$r = 0.1 \times 4 = 0.4$ Ω

$V = RI$

$R = \frac{V}{I}$



$\begin{cases} 6.0 - 0.4 I_1 - 0.2 I = 0 \\ 6.0 - 0.4 I_2 - 0.2 I = 0 \end{cases}$

$I_1 + I_2 = I$

$6.0 - 0.4(I - I_2) - 0.2 I = 0$

$6.0 - 0.6 I + 0.4 I_2 = 0$

$6.0 - 0.2 I - 0.4 I_2 = 0$

$12 = 0.8 I$

$I = \frac{120}{8} = \frac{30}{2} = 15$

問 15. 図 1に示すように，断面積が 9 cm^2，巻数 300 回のコイルに，外部からコイル断面に垂直に一様な磁場（磁束密度B）が加えられている。コイル内部の磁束密度Bを図 2のように時間的に変化させたとき，次の(a)及び(b)に答えよ。

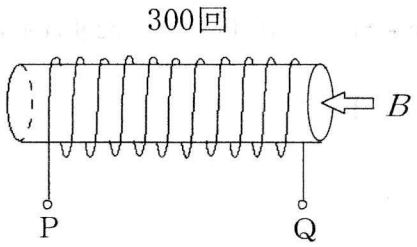


図 1

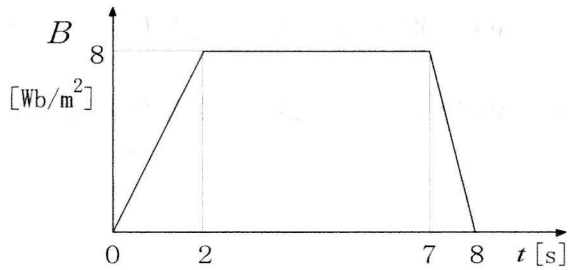
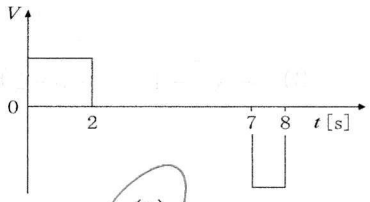


図 2

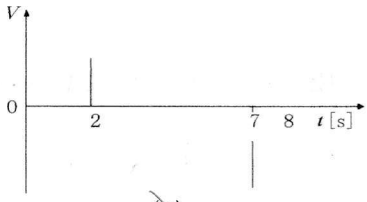
$V = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$

$\Phi = BS$ 一定

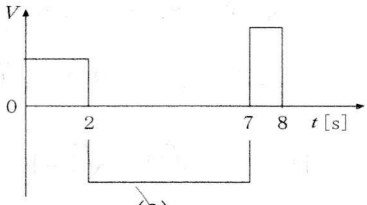
(a) コイルの端子Qを基準とした端子Pの誘導起電力Vの時間的変化をグラフで示したものとして，正しいものを 1 つ選び，解答用紙にマークせよ。（3 点）



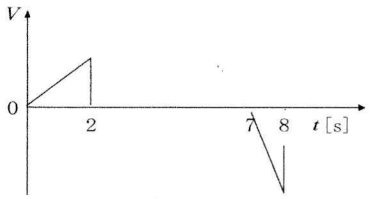
(1)



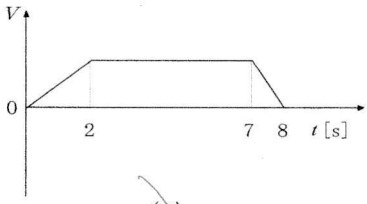
(2)



(3)



(4)



(5)

(b) このとき発生する誘導起電力Vの最大値として，最も近いものを 1 つ選び，解答用紙にマークせよ。ただし，正負は無視するものとする。（3 点）

(1) 1.1 V　(2) 2.2 V　(3) 3.0 V　(4) 4.0 V　(5) 4.3 V

$V = 300 \times 8 \times 9.0 \times 10^{-4}$

$= 72 \times 3 \times 10^{-2}$

$= 216 \pm 2.16$

問 16. $3x^2+2y^2-3z^2-7xy-yz+8zx$ を因数分解したものとして，正しいものを１つ選び，解答用紙にマークせよ。（６点）

(1) $(x-2y+3z)(3x-y-z)$　(2) $(x-2y+3z)(3x-y+z)$　(3) $(x-2y+3z)(3x+y-z)$

(4) $(x-2y-3z)(3x-y-z)$　(5) $(x-2y-3z)(3x-y+z)$

$3x^2 - 2y - xz - 6xy + 2y^2 + 2yz + 9zx - 3zy - 3z^2$

問 17. ２次方程式 $(2-\sqrt{3})x^2-2(\sqrt{3}-1)x-6=0$ の解 x として，正しいものを１つ選び，解答用紙にマークせよ。（６点）

(1) $-(1+\sqrt{3})$，$3(1+\sqrt{3})$　(2) $-3(1+\sqrt{3})$，$2(2+\sqrt{3})$　(3) $-(\sqrt{3}-1)$，$(\sqrt{3}+2)$

(4) $-(2-\sqrt{3})$，$\sqrt{3}+1$　(5) $2-\sqrt{3}$，$\sqrt{3}-1$

☆ 解と係数の関係

$x = \dfrac{\sqrt{3}-1 \pm \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2-(2-\sqrt{3})(-6)}}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}-1 \pm \sqrt{3-2\sqrt{3}+1+12-6\sqrt{3}}}{2-\sqrt{3}}$

$4 \cdot 12$

$\dfrac{(-\sqrt{3}+1)(2-\sqrt{3})}{4-3}$

$= -2\sqrt{3}-3+2+\sqrt{3}$

$= -1-\sqrt{3}$

$= \dfrac{\sqrt{3}-1 \pm \sqrt{16-8\sqrt{3}}}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}-1 \pm \sqrt{16-2\sqrt{48}}}{2-\sqrt{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}-1 \pm (2\sqrt{3}-2)}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}-3}{2-\sqrt{3}}, \dfrac{-\sqrt{3}+1}{2-\sqrt{3}}$

$\dfrac{3(\sqrt{3}-1)(2+\sqrt{3})}{4-3}$

$= 3(2\sqrt{3}+3-2-\sqrt{3})$

$= 3(\sqrt{3}+1)$

問 18. $0° \leqq \theta \leqq 180°$ において，$\tan\theta = -\dfrac{5}{12}$ とするとき，次の(a)及び(b)に答えよ。

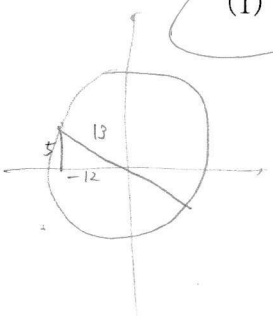
(a) $\cos\theta$ の値として，正しいものを１つ選び，解答用紙にマークせよ。（３点）

(1) $-\dfrac{12}{13}$　(2) $-\dfrac{11}{12}$　(3) $-\dfrac{11}{13}$　(4) $-\dfrac{13}{25}$　(5) $-\dfrac{12}{25}$

(b) $\sin\theta$ の値として，正しいものを１つ選び，解答用紙にマークせよ。（３点）

(1) $\dfrac{1}{13}$　(2) $\dfrac{1}{3}$　(3) $\dfrac{5}{13}$　(4) $\dfrac{3}{5}$　(5) $\dfrac{12}{13}$

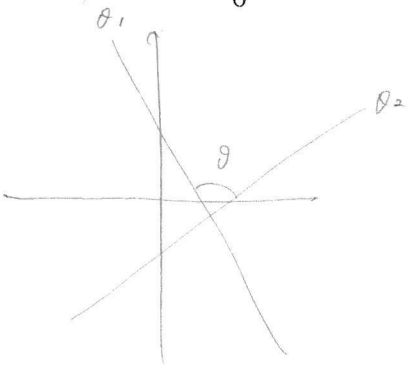
$\dfrac{12}{13}$
$\dfrac{59}{119}$



$\sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$

問 19. 2つの直線 $y=-2x+5$, $y=3x-\sqrt{2}$ のなす角 θ のうち，$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ の範囲にあるものとして，正しいものを1つ選び，解答用紙にマークせよ。（6点）

(1) $\frac{\pi}{6}$　(2) $\frac{\sqrt{2}\pi}{6}$　(3) $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$　(4) $\frac{\pi}{3}$　(5) $\frac{\pi}{4}$



$y = -2x + 5$　　$\tan\theta_1 = -2$

$y = 3x - \sqrt{2}$　　$\tan\theta_2 = 3$

$\tan\theta = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan\theta_1 - \tan\theta_2}{1 + \tan\theta_1 \tan\theta_2}$

$= \frac{-2-3}{1-6} = \frac{-5}{-5} = 1.$

問 20. 不等式 $2^{2x}-2^x<2$ の解として，正しいものを1つ選び，解答用紙にマークせよ。（6点）

(1) $x>1$　(2) $x>2$　(3) $x>3$　(4) $x<1$　(5) $x<2$

$\log_2(2^{2x} - 2^x) < \log_2 2$

$2^x = -1$

$2^x = X$

$-1 < 2^x < 2$

$X^2 - X < 2$

$0 < x < 1$

$X^2 - X - 2 < 0$

$(X+1)(X-2) < 0$

$-1 < X < 2$

問 21. $x=16^{0.5}$, $y=16^{0.25}$, $z=16^{0.125}$ のとき，$\log_{\frac{1}{x}}\sqrt{\frac{y}{z^3}}$ の値として，正しいものを1つ選び，解答用紙にマークせよ。（6点）

(1) $-\frac{1}{4}$　(2) $-\frac{1}{8}$　(3) 1　(4) $\frac{1}{8}$　(5) $\frac{1}{4}$

$x = 16^{\frac{1}{2}} = 4$　　$y = 4^{2 \cdot \frac{1}{4}} = 2$

$z = 16^{\frac{1}{8}} = 2^{4 \cdot \frac{1}{8}} = \sqrt{2}$

$\log_{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{2}{2\sqrt{2}}} = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \cdot \log_{\left(\frac{1}{4}\right)} \left(\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{1}{8}$

$\log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{2}\right) = x$

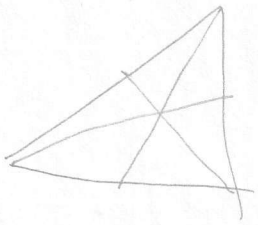
$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

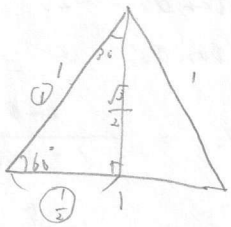
$1 = 2x$

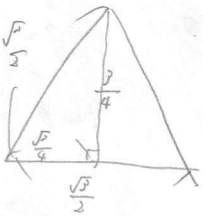
$x = \frac{1}{2}$

問 22. 三角形の３つの中線を３辺とする三角形の面積は，もとの三角形の面積の何倍となるか。正しいものを１つ選び，解答用紙にマークせよ。（６点）

(1) $\frac{5}{9}$ 倍　(2) $\frac{5}{7}$ 倍　(3) $\frac{3}{4}$ 倍　(4) $\frac{7}{9}$ 倍　(5) $\frac{6}{7}$ 倍







$\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \sin 60^\circ$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{16}$

$\frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{16}\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)}=\frac{3\sqrt{3}}{16}\times\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{3}{4}$

問 23. 二つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ がある。$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}-3\vec{b}|=9$ のとき，$\vec{a}-\vec{b}$ が $\vec{a}+t\vec{b}$ と直交するような t の値として，正しいものを１つ選び，解答用紙にマークせよ。（６点）

(1) $\frac{2}{9}$　(2) $\frac{7}{8}$　(3) $\frac{40}{35}$　(4) $\frac{56}{35}$　(5) $\frac{40}{19}$

$(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+t\vec{b})=0$

$|\vec{a}|^2+(t-1)\vec{a}\cdot\vec{b}-t|\vec{b}|^2=0$

$16+(t-1)\vec{a}\cdot\vec{b}-9t=0$

$16+(t-1)\cdot\frac{9}{3}-9t=0$

$-9t^2+\frac{9}{3}t+16-\frac{9}{3}=0$

$-9t^2+\frac{9}{3}t+\frac{40}{3}=0$

$27t^2-9t-40=0$

$t=\frac{4\pm\sqrt{16-27\cdot(-40)}}{27}$

$=\frac{4\pm\sqrt{16+1080}}{27}$

$\vec{a}^2-6\vec{a}\cdot\vec{b}+9\vec{b}^2=81$

$16-6\vec{a}\cdot\vec{b}+81=0$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{9}{3}$

$16+\frac{9}{3}t-\frac{9}{3}-9t=0$

$16-\frac{9}{3}+\frac{9-27}{3}t=0$

$\frac{40}{3}=\frac{19}{3}t$

$t=\frac{40}{19}$

$\frac{a^3-0}{a-0} = a^2$

問 24. 3 次関数 $y=x^3$ について，次の(a)及び(b)に答えよ。

(a) 区間［0, a］における平均変化率として，正しいものを 1 つ選び，解答用紙にマークせよ。ただし，$a>0$ とする。（3 点）

(1) $-a^2$　(2) $-a$　(3) a　(4) a^2　(5) $3a^2$

(b) (a)で求めた平均変化率に等しい傾きをもつ接線を考える。この接線と y 軸との交点の座標が (0, −2) であるとき，a の値として，正しいものを 1 つ選び，解答用紙にマークせよ。（3 点）

(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　(2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(3) $\sqrt{2}$　(4) $\sqrt{3}$　(5) $\sqrt{6}$

$y = a^2x - 2$

$y' = 3x^2$

$y = 3t^2x - 2$

$x = \frac{a}{2}$ に対して

$y' = \frac{3}{4}a^2$

$y' = 3x^2$

$y - t^3 = 3t^2(x-t)$

$y = 3t^2x - 2t^3$

$-2t^3 = -2$

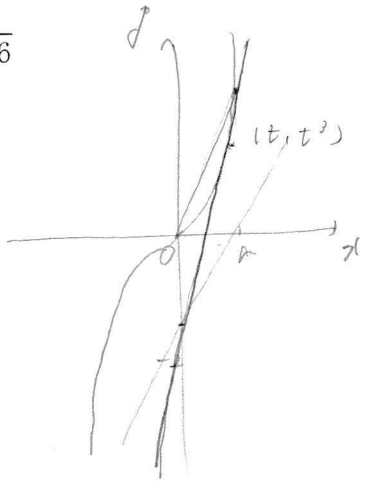
$t^3 = 1$

$t = 1$

$y = 3x - 2$

$a^2 = 3$

$a = \pm\sqrt{3}$



問 25. $f(x) = 3x^2 + 2\int_0^1 (x-2)f(t)\,dt$ を満たす関数 $f(x)$ として，正しいものを 1 つ選び，解答用紙にマークせよ。（6 点）

(1) $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}x - 1$　(2) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{2}x + 1$　(3) $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$

(4) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$　(5) $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$

$f(x) = 3x^2 + 2(x-2)\int_0^1 f(t)\,dt$

$f'(x) = 6x + 2\int_0^1 f(t)\,dt$

$3x^2 + 2(x-2)\int_0^1 (3t^2 + \frac{1}{2}t - 1)\,dt$

$= 3x^2 + 2(x-2)\left[t^3 + \frac{1}{4}t^2 - t\right]_0^1 = 3x^2 + 2(x-2)(1 + \frac{1}{4} - 1)$

$= 3x^2 + \frac{x}{2} - 1$

$\int_0^1 f(t)\,dt = a$ とおく

$f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}(x-2)$

$= 3x^2 + \frac{1}{2}x - 1$

$f(x) = 3x^2 + 2(x-2)\cdot a$

$f(t) = 3t^2 + 2(t-2)a$

$\int_0^1 (3t^2 + 2at - 4a)\,dt = \left[t^3 + at^2 - 4at\right]_0^1 = a - 4a + 1$

$= -3a + 1 = a$　$a = \frac{1}{4}$